CORRIGÉ PARTIE DIDACTIQUE
CRPE SESSION 2018
GROUPEMENT 2

SITUATION 1

1) **Citer deux procédures qu'un élève de fin de petite section peut utiliser pour affirmer qu'une collection est constituée de trois objets.**

Voici un extrait du programme de l'école maternelle publié dans le bulletin officiel n°2 du 26 mars 2015.

> *La stabilisation de la notion de quantité, par exemple trois, est la capacité à donner, montrer, évaluer ou prendre un, deux ou trois et à composer et décomposer deux et trois. Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recomposition des petites quantités […], la reconnaissance et l'observation des constellations du dé, la reconnaissance et l'expression d'une quantité avec les doigts de la main, la correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu.*
>
> *[…] Après quatre ans, les activités de décomposition et recomposition s'exercent sur les quantités jusqu'à dix.*

En fin de petite section, on peut envisager les procédures suivantes :

- reconnaissance immédiate de la quantité (« subitizing ») : cette procédure est possible pour des quantités allant jusqu'à quatre ;

- récitation de la comptine numérique en pointant les objets ou en levant les doigts « un, deux, trois », puis reprendre le dernier mot-nombre prononcé et dire « il y a trois objets ».

2) **Proposer une activité à mettre en place en moyenne section pour travailler les décompositions du nombre quatre.**

On pourrait proposer une activité où l'enseignant montre un, deux ou trois doigts avec une seule main ou avec les deux mains, et les élèves devraient lever le nombre de doigts nécessaires pour qu'au final on puisse avoir quatre doigts en tout.

3) **Un enseignant de grande section décide d'utiliser avec ses élèves un dé dont les faces sont représentées de la façon suivante :**

O	O O	OO O	OO OO	OOO OO	OOO OOO

Quel intérêt peut-il y avoir à utiliser un tel dé ?

Ce dé présente des décompositions de trois à cinq différentes de celles induites par les constellations du dé classique :
- trois apparaît comme « deux et un », et non pas comme « un, et un, et encore un » (points en diagonale) ;
- quatre apparaît comme « deux et deux », et non pas comme « un, et un, et un, et encore un » (points à chaque angle de la face) ;

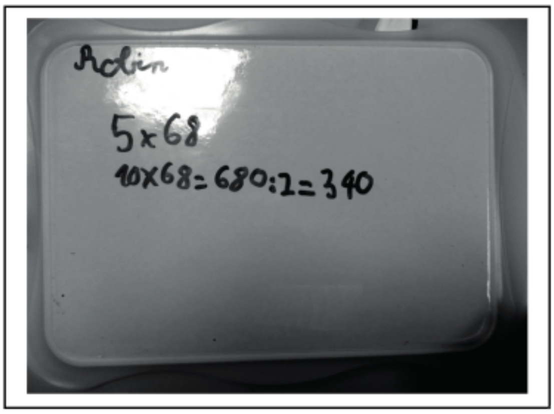
- cinq apparaît comme « trois et deux », et non pas comme « quatre et un » (points à chaque angle de la face et un point au milieu).

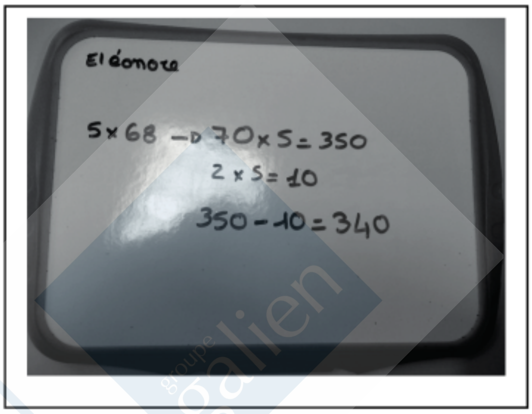
SITUATION 2

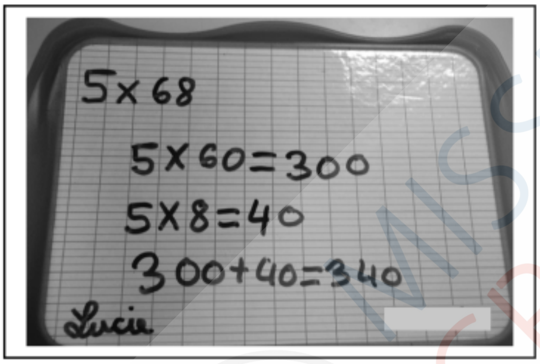
Lors d'un travail sur le calcul en ligne, un enseignant propose la situation suivante à ses élèves :

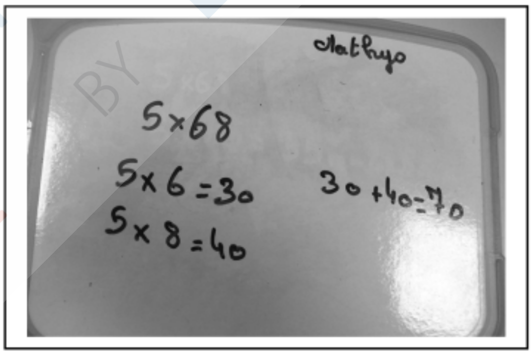
« Calculer 5 x 68 »

Voici les productions de quatre élèves, Robin, Éléonore, Lucie et Mathys.









1) **Analyser chacune des productions, en explicitant les procédures mises en œuvre et en relevant les éventuelles erreurs.**

Robin :
Il s'appuie sur le fait numérique « 5 c'est la moitié de 10 ».
Il utilise de manière sous-jacente la propriété suivante : $a = \frac{a \times b}{b}$ avec b non nul, transformant le produit proposé en $5 \times 68 = \frac{5 \times 2 \times 68}{2}$
Il commence par calculer le produit de 68 par 10 (en s'appuyant certainement sur sa connaissance de « la règle des zéros »), il obtient 680 (résultat correct).
Il divise ensuite 680 par 2 (en s'appuyant certainement sur sa connaissance des doubles) pour obtenir 340 (résultat correct).
La procédure est correcte, cependant l'emploi du signe « = » est incorrect : Robin enchaîne les opérations sans les séparer ce qui produit une écriture mathématiquement fausse.

Éléonore :
Elle décompose 68 en « 70 – 2 ».
Elle utilise de manière sous-jacente la distributivité de la multiplication sur la soustraction ainsi que la commutativité de la multiplication, transformant le produit proposé en $5 \times 68 = (70 - 2) \times 5 = 70 \times 5 - 2 \times 5$
Elle commence par calculer le produit de 70 par 5 (en s'appuyant certainement sur sa connaissance de la table de 5 ainsi que sur la « règle des zéros »), elle obtient 350 (résultat correct).
Elle calcule ensuite le produit de 2 par 5, elle obtient 10 (résultat correct).
Elle soustrait ensuite 10 à 350 pour obtenir 340 (résultat correct).
Éléonore ne commet aucune erreur.

Lucie :
Elle décompose 68 en « 60+8 ».
Elle utilise de manière sous-jacente la distributivité de la multiplication sur l'addition, transformant le produit proposé en $5 \times 68 = 5 \times (60 + 8) = 5 \times 60 + 5 \times 8$
Elle commence par calculer le produit de 5 par 60 (en s'appuyant certainement sur sa connaissance de la table de 5 ainsi que sur la « règle des zéros »), elle obtient 300 (résultat correct). Elle calcule ensuite le produit de 5 par 8 (en s'appuyant également sur sa connaissance de la table de 5), elle obtient 40 (résultat correct).
Elle additionne ensuite 300 et 40 pour obtenir 340 (résultat correct).
Lucie ne commet aucune erreur.

Mathys :
On peut penser que Mathys tente également d'utiliser de manière sous-jacente la distributivité de la multiplication sur l'addition.
Il effectue dans un premier temps (en s'appuyant certainement sur sa connaissance de la table de 5) le produit de 5 par 6 et obtient 30. Puis dans un second temps, le produit de 5 par 8, il obtient 40. Il ajoute ensuite les deux résultats obtenus pour obtenir 70 (résultat incorrect).
L'erreur de Mathys est de ne pas tenir compte de la valeur positionnelle des chiffres dans 68 : il ne considère pas 6 comme étant 6 dizaines, mais comme étant 6 unités.

2) **Donner trois démarches pouvant être attendues d'un élève de cycle 3 pour calculer 25 x 28. Pour chacune de ces démarches, indiquer les connaissances en jeu.**

Première démarche :

25 x 28 = 25 x (4 x 7)	→ connaissance du répertoire multiplicatif (table de 4 ou de 7)
= (25 x 4) x 7	→ associativité de la multiplication
= 100 x 7	→ connaissance de faits numériques impliquant 25
= 700	→ connaissance de la multiplication par 100

Deuxième démarche :

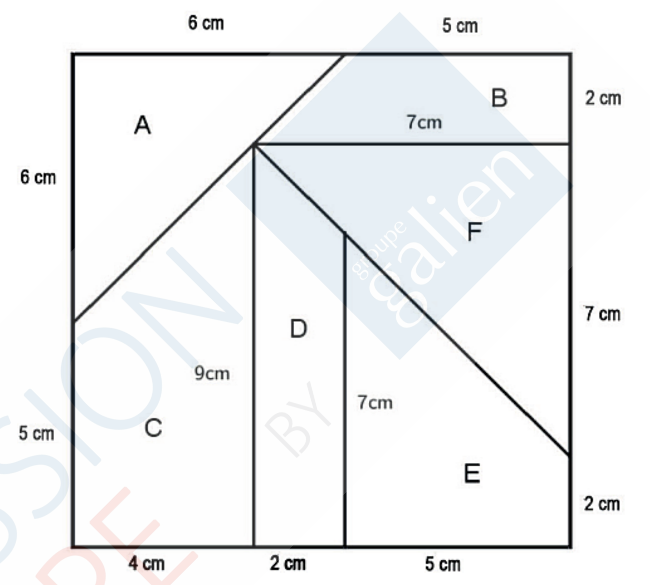
25 x 28 = 25 x (20 + 8)	→ décomposition additive en dizaines et unités
= 25 x 20 + 25 x 8	→ distributivité de la multiplication sur l'addition
= 25 x (2 x 10) + 25 x (4 x 2)	→ connaissance des doubles et moitiés
= (25 x 2) x 10 + (25 x 4) x 2	→ associativité de la multiplication
= 50 x 10 + 100 x 2	→ connaissance de faits numériques impliquant 25
= 500 + 200	→ connaissance de la multiplication par 10 et par 100
= 700	→ connaissance du répertoire additif et de la valeur positionnelle des chiffres

Troisième démarche :

25 x 28 = 25 x (2 x 14)	→ connaissance des doubles et moitiés
= (25 x 2) x 14	→ associativité de la multiplication
= 50 x 14	→ connaissance de faits numériques impliquant 25
= 50 x (2 x 7)	→ connaissance des doubles et moitiés
= (50 x 2) x 7	→ associativité de la multiplication
= 100 x 7	→ connaissance de faits numériques impliquant 50
= 700	→ connaissance de la multiplication par 100

SITUATION 3

Un enseignant propose la situation suivante au cycle 3 :

Consignes données oralement : « Voici un puzzle carré. Vous allez devoir refaire le même puzzle mais en plus grand. Il faudra le reconstituer exactement avec les pièces agrandies. Le segment de 4 cm devra mesurer 6 cm sur votre puzzle agrandi. Le compte-rendu de vos recherches sera présenté sous la forme d'une affiche ».	

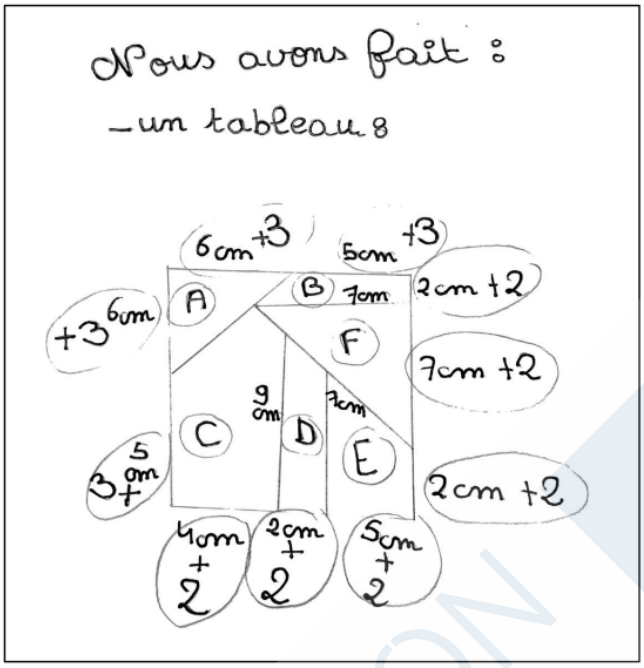
Modalités de mise en œuvre : *le professeur demande aux élèves de travailler par groupes de quatre, de s'accorder sur la procédure à adopter pour agrandir les éléments du puzzle, de se répartir la construction des pièces en faisant leurs calculs individuellement puis d'assembler les morceaux pour reconstituer le puzzle agrandi.*

1) **Quel champ mathématique cette situation permet-elle de travailler ?**

Cette situation est une situation d'agrandissement : les longueurs des côtés de chaque élément du puzzle agrandi sont proportionnelles aux longueurs des côtés des éléments correspondant au puzzle initial.
Cette situation est donc relative au thème de la proportionnalité dans le cadre de la géométrie.

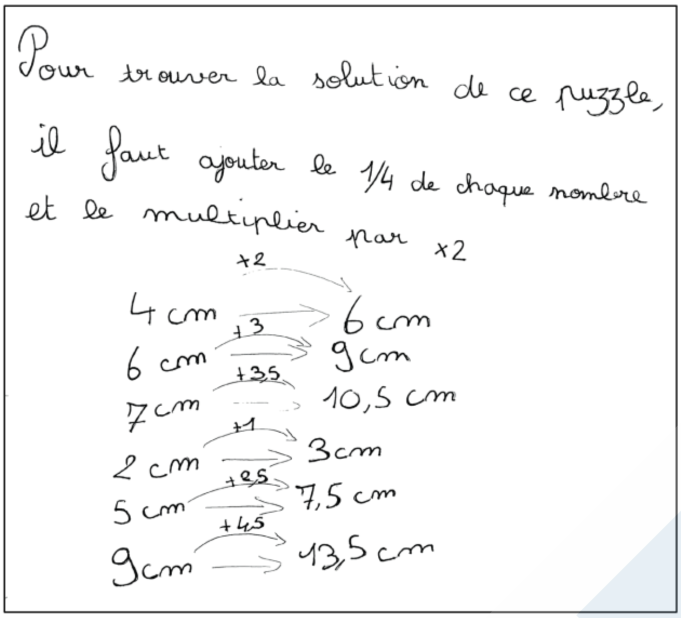
2) **Analyser les différentes stratégies mises en œuvre en pointant les réussites et les erreurs des groupes ayant produit les affiches 1, 2 et 3.**

<u>Affiche 1</u>



Il semble que le groupe ait identifié une relation additive entre les données : six, c'est quatre plus deux.
Il a donc appliqué cet ajout de 2 cm à chacune des 3 pièces constituant un côté du puzzle (pièces C, D et E sur la partie horizontale).
Ayant certainement conscience que le puzzle agrandi sera un carré, tout comme le puzzle initial, il reporte cet ajout de 6 cm sur chacun des 3 autres côtés (2 cm à chacune des 3 pièces constituant la partie droite verticale, et 3 cm à chacune des 2 pièces constituant les 2 autres côtés).
Le groupe ne se préoccupe pas des dimensions se situant à l'intérieur du puzzle, seul le périmètre lui semble important.
La procédure est incorrecte : elle témoigne d'une représentation erronée de la proportionnalité dans le contexte d'un agrandissement, « agrandir, c'est ajouter ».

Affiche 2


Pour trouver la solution de ce puzzle, il faut ajouter le 1/4 de chaque nombre et le multiplier par ×2

$4 \text{ cm} \xrightarrow{+2} 6 \text{ cm}$

$6 \text{ cm} \xrightarrow{+3} 9 \text{ cm}$

$7 \text{ cm} \xrightarrow{+3,5} 10,5 \text{ cm}$

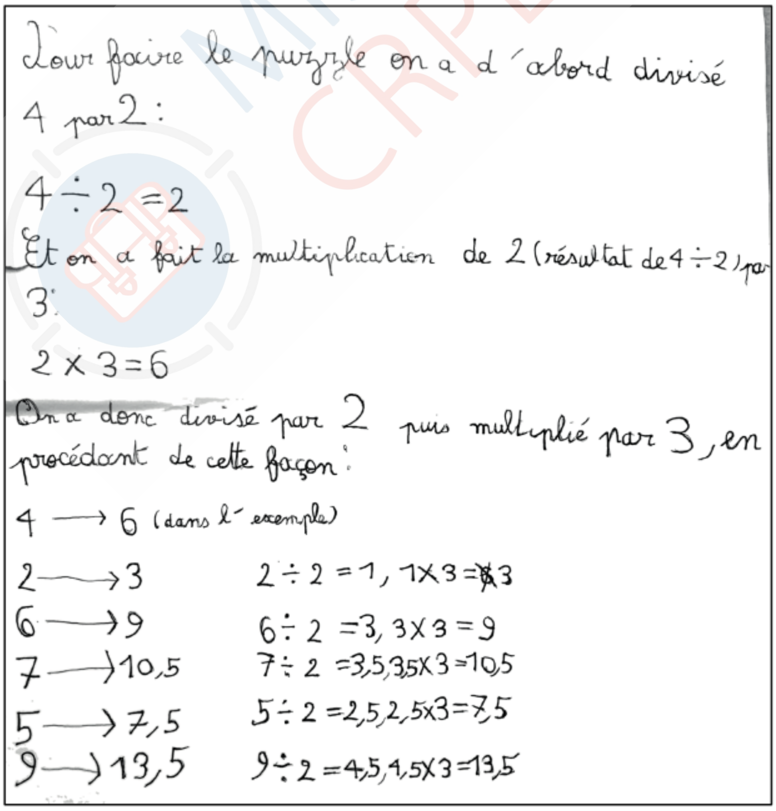
$2 \text{ cm} \xrightarrow{+1} 3 \text{ cm}$

$5 \text{ cm} \xrightarrow{+2,5} 7,5 \text{ cm}$

$9 \text{ cm} \xrightarrow{+4,5} 13,5 \text{ cm}$

Il semble que le groupe ait identifié une relation additive entre les données : « ajouter le quart de chaque nombre et le multiplier par 2 » revient à ajouter la moitié de ce nombre. Il a appliqué cette méthode à toutes les valeurs numériques figurant sur le puzzle initial. On peut relever que la phrase d'explication peut être source d'ambiguïté : elle peut être comprise comme « ajouter le quart du nombre, puis multiplier par 2 le résultat obtenu », ce qui serait incorrect. La procédure et les calculs sont exacts.

Affiche 3


Pour faire le puzzle on a d'abord divisé 4 par 2 :

$4 \div 2 = 2$

Et on a fait la multiplication de 2 (résultat de $4 \div 2$) par 3 :

$2 \times 3 = 6$

On a donc divisé par 2 puis multiplié par 3, en procédant de cette façon :

$4 \longrightarrow 6$ (dans l'exemple)

$2 \longrightarrow 3$ $\quad 2 \div 2 = 1,\ 1 \times 3 = 3$

$6 \longrightarrow 9$ $\quad 6 \div 2 = 3,\ 3 \times 3 = 9$

$7 \longrightarrow 10,5$ $\quad 7 \div 2 = 3,5,\ 3,5 \times 3 = 10,5$

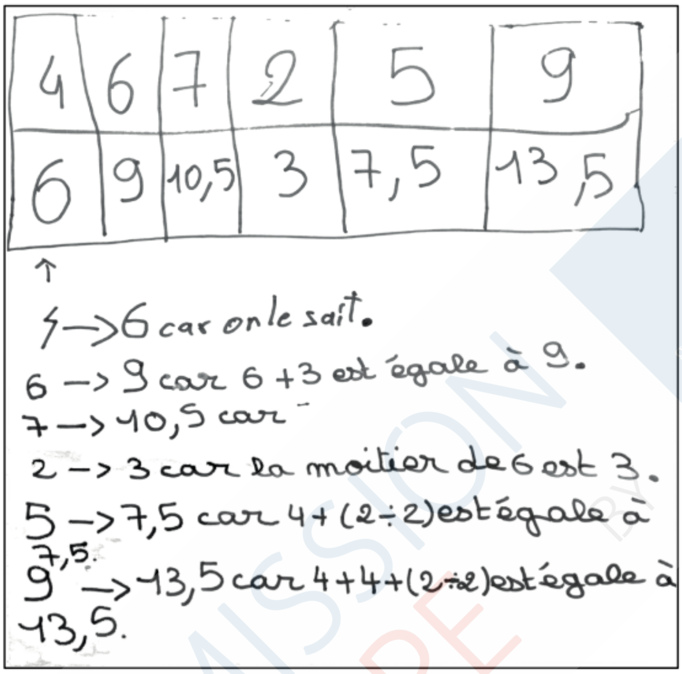
$5 \longrightarrow 7,5$ $\quad 5 \div 2 = 2,5,\ 2,5 \times 3 = 7,5$

$9 \longrightarrow 13,5$ $\quad 9 \div 2 = 4,5,\ 4,5 \times 3 = 13,5$

Il semble que le groupe ait identifié une relation multiplicative entre les données : « diviser par 2 puis multiplier par 3 » revient à avoir recours au coefficient de proportionnalité qui est de 3/2. Il a appliqué cette méthode à toutes les valeurs numériques figurant sur le puzzle initial. La procédure et les calculs sont exacts. Ce groupe a une représentation juste de la proportionnalité dans le contexte d'un agrandissement, « agrandir, c'est multiplier par un même nombre ».

3) **Dans la mesure du possible, indiquer les procédures utilisées pour déterminer chacune des valeurs trouvées par le groupe ayant produit l'affiche 4.**

<u>Affiche 4</u>



4	6	7	2	5	9
6	9	10,5	3	7,5	13,5

↑

4 —> 6 car on le sait.

6 —> 9 car 6 + 3 est égale à 9.

7 —> 10,5 car

2 —> 3 car la moitier de 6 est 3.

5 —> 7,5 car 4 + (2 ÷ 2) est égale à 7,5.

9 —> 13,5 car 4 + 4 + (2 ÷ 2) est égale à 13,5.

4) Ce groupe a choisi une présentation en tableau et il explicite ses calculs en-dessous du tableau. On peut penser que ce groupe n'a pas rempli le tableau dans l'ordre d'apparition des nombres, mais plutôt en fonction des nombres en jeu, en commençant par le nombre 2.
On peut supposer qu'il a ensuite appliqué, de manière sous-jacente, les propriétés des fonctions linéaires.

Explications possibles :
- pour 2 : recours à la propriété de linéarité multiplicative (4:2=2 donc 6:2=3)
- pour 6 : recours à la propriété de linéarité additive (6=4+2 donc 6+3=9)
- pour 5 : recours aux propriétés de linéarité additive et multiplicative (5=4+1 donc 6+(3:2)=7,5)
- pour 9 : recours aux propriétés de linéarité additive et multiplicative (9 = 4 + 4 +1 donc 6 + 6 + (3:2) = 13,5)
- pour 7 : pas d'explication donnée.